El modelo de **insumo-producto** (input-output) es una herramienta para analizar cómo los distintos sectores de una economía están interrelacionados. Su modelo muestra cómo la producción de un sector depende de insumos provenientes de otros sectores, permitiendo estudiar los efectos indirectos de cambios en la demanda o en la producción.

En este trabajo se realizó un análisis matemático y computacional sobre matrices, enfocado en series de potencias y su aplicación al modelo económico de insumo-producto, utilizando datos de Honduras y El Salvador. Además, se aplicó el Análisis de Componentes Principales (PCA) para identificar la estructura subyacente de sus economías.

### **Análisis de Convergencia de Series de Potencias**

Inicialmente, se demostró matemáticamente que la suma de una serie geométrica de matrices Sn​=∑k=0n​Ak puede expresarse como Sn​=(I−An+1)(I−A)−1. Esta fórmula es clave para entender la convergencia.

Luego, se analizó la convergencia de las potencias de dos matrices de ejemplo, A1 y A2. Se observó que la norma de las potencias de A1 crecía indefinidamente, mientras que la de A2 tendía a cero. Esto se confirmó calculando el **autovalor dominante (radio espectral)** de cada una mediante el método de la potencia. Se concluyó que una serie de potencias de una matriz A converge si y solo si su radio espectral es menor que 1.

* **Matriz A1**: Radio espectral ≈0.99. La serie de potencias **no converge**.
* **Matriz A2**: Radio espectral ≈0.92. La serie de potencias **converge**.

### **Aplicación al Modelo Económico Insumo-Producto**

Se utilizaron datos económicos para construir las matrices de coeficientes técnicos (A) para Honduras (A\_hnd\_hnd) y El Salvador (A\_slv\_slv). Estas matrices representan las interdependencias directas entre los 40 sectores de cada economía.

Se calculó el radio espectral de ambas matrices:

* **Honduras**: Radio espectral ≈0.56
* **El Salvador**: Radio espectral ≈0.26

Dado que ambos valores son menores que 1, se confirmó que las economías de ambos países son **productivas**, lo que significa que pueden satisfacer la demanda interna y generar un excedente.

### **Análisis de Componentes Principales (PCA)**

El PCA se utilizó para reducir la dimensionalidad de los datos y encontrar patrones en las relaciones intersectoriales.

1. **PCA sobre la Matriz A**:
   * Se normalizaron los datos y se calculó la matriz de covarianza.
   * Mediante el método de la potencia y la deflación de Hotelling, se extrajeron los dos componentes principales (autovectores con mayores autovalores).
   * Se proyectaron los datos de los sectores en un espacio 2D. En los datos de **El Salvador**, se lograron identificar **clusters** de sectores económicos relacionados, como la industria textil, la industria pesada (minería y metalurgia) y la producción de alimentos. Esto sugiere que el PCA agrupó a los sectores según sus perfiles de producción y consumo de insumos.
2. **Análisis de una Matriz de Proyección**:
   * Se analizó teóricamente una matriz especial E=I−n1​J (donde J es la matriz de unos), demostrando que es un **proyector ortogonal** que centra los datos al restar la media.
3. **PCA sobre la Matriz H**:
   * Se definió una nueva matriz H=A(I−A)−1, que representa las **relaciones indirectas totales** (efectos multiplicadores) entre los sectores.
   * Se repitió el análisis de PCA sobre esta nueva matriz H para ambos países.

### **Interpretación de los Resultados del PCA**

Finalmente, se analizaron los perfiles de producción de los sectores más cercano y más lejano al origen en el gráfico de PCA de la matriz H de El Salvador.

* **Sector más lejano al origen (Sector 39)**: Mostró una **alta interconexión** y un gran impacto en la producción de muchos otros sectores. Su eliminación tendría un efecto significativo en la economía.
* **Sector más cercano al origen (Sector 10)**: Presentó una **baja interrelación** con el resto de la economía, con un impacto productivo mucho menor y más aislado.

En conclusión, el análisis de componentes principales demostró ser una herramienta eficaz para revelar la estructura económica, identificando sectores clave y agrupando industrias con perfiles de producción similares, lo cual no es evidente al observar únicamente la matriz de coeficientes técnicos.